Рассмотрим уравнения, которые позволят рассчитать значения физических величин при колебаниях в контуре.

Уравнение, описывающее процессы в колебательном i „ контуре. Рассмотрим колебательный контур, сопротивлением R которого можно пренебречь (рис. 4.6).

Уравнение, описывающее свободные электрические колебания в контуре, можно получить с помощью закона сохранения энергии. Полная электромагнитная энергия W контура в любой момент времени равна сумме энергий магнитного и электрического полей:

Эта энергия не меняется с течением времени, если сопротивление R контура равно нулю. Значит, производная полной энергии по времени равна нулю. Следовательно, равна нулю сумма производных по времени от энергий магнитного и электрического полей:

Физический смысл уравнения (4.5) состоит в том, что скорость изменения энергии магнитного поля по модулю равна скорости изменения энергии электрического поля; знак «-» указывает на то, что, когда энергия электрического поля возрастает, энергия магнитного поля убывает (и наоборот).

Вычислив производные в уравнении (4.5), получим.

Мы вычисляем производные по времени. Поэтому производная (i2)' равна не просто 2i, как было бы при вычислении производной по i. Нужно 2i умножить ещё на производную i силы тока по времени, так как вычисляется производная от сложной функции. То же самое относится к производной (q2)'.

Но производная заряда по времени представляет собой силу тока в данный момент времени:

Поэтому уравнение (4.6) можно переписать в следующем виде:

Производная силы тока по времени есть не что иное, как вторая производная заряда по времени, подобно тому как производная скорости по времени (ускорение) есть вторая производная координаты по времени. Подставив в уравнение (4.8) г' = q" и разделив левую и правую части этого уравнения на L, получим основное уравнение, описывающее свободные гармонические электрические колебания в контуре:

Уравнение (4.9) аналогично уравнению (3.11), описывающему гармонические механические колебания.

Формула Томсона. В уравнении (3.11) коэффициент Юд представляет собой квадрат собственной частоты колебаний. Поэтому и коэффициент в уравнении (4.9) также представляет собой квадрат циклической частоты для свободных электрических колебаний:

Период свободных колебаний в контуре, таким образом, равен:

Формула (4.11) называется формулой Томсона в честь английского физика У. Томсона (Кельвина), который её впервые вывел.

Увеличение периода свободных колебаний с возрастанием L и С наглядно можно пояснить так. При увеличении индуктивности L ток медленнее нарастает со временем и медленнее падает до нуля. А чем больше ёмкость С, тем большее время требуется для перезарядки конденсатора.

Гармонические колебания заряда и тока. Подобно тому как координата при механических колебаниях (в случае, когда в начальный момент времени отклонение тела маятника от положения равновесия максимально) изменяется со временем по гармоническому закону: заряд конденсатора меняется с течением времени по такому же закону: где qm — амплитуда колебаний заряда.

Сила тока также совершает гармонические колебания: где Im = qmco0 — амплитуда колебаний силы тока. Колебания силы тока опережают по фазе на — колебания заряда (рис. 4.7).

Точно так же колебания скорости тела в случае пружинного или математического маятника опережают на — колебания координаты (смещения) этого тела.

В действительности из-за неизбежного наличия сопротивления электрической цепи колебания будут затухающими. Сопротивление R также будет влиять и на период колебаний: чем больше сопротивление R, тем большим будет период колебаний. При достаточно большом сопротивлении колебания совсем не возникнут. Конденсатор разрядится, но перезарядки его не произойдёт, энергия электрического и магнитного полей перейдёт в тепло.